



CONCURSUL NAȚIONAL DE MATEMATICĂ APLICATĂ „ADOLF HAIMOVICI”

Profilul servicii, resurse naturale și protecția mediului.

Profilul real specializarea științele naturii.

Profilul tehnic

Faza locală, 5 martie 2016

Clasa a XII-a

Subiectul 1 (7 puncte)

Arătați că aplicația $x * y = e^{\ln x \cdot \ln y}$ este o lege de compoziție pe $G = (0, \infty) \setminus \{1\}$ și determinați elementele simetrizabile.

Subiectul 2 (7 puncte)

Pe \mathbb{R} se consideră legea de compoziție $x * y = xy + 5x + ay + b$. Determinați valorile reale ale lui a și b pentru care legea admite element neutru.

Subiectul 3 (7 puncte)

a) Fie funcția $f_\alpha: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f_\alpha(x) = \frac{1}{x^2 + \alpha}$, unde $\alpha \in [0, \infty)$. Să se calculeze $I = \int f_\alpha(x) dx$.

b) Să se determine funcțiile $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = ax + b$, $a, b \in \mathbb{R}$ astfel încât

$$\int [f(x) + (f \circ f)(x)] dx = x^2 + 1008x + C$$

Subiectul 4 (7 puncte)

Se consideră funcția $f: (0, \infty) \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(x)$.

a) Să se calculeze $I_1 = \int_1^2 f\left(\frac{1}{x^2}\right) dx$.

b) Să se calculeze $I_2 = \int_{\frac{1}{e}}^{e^2} \frac{f(x)}{x} dx$.

Notă: Timp de lucru 3 ore.

Toate subiectele sunt obligatorii.